

# Лекция 3: Волны в плазме без магнитного поля

Кочаровский Вл.В.

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

4-ая Школа современной астрофизики, Пущино, 7-18 июля 2008г.

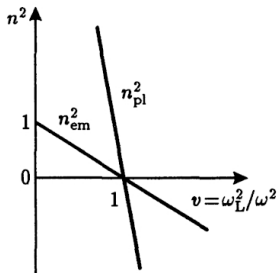
# Равновесная плазма

$$f_{0\alpha}(\mathbf{p}) = \frac{N_\alpha}{4\pi m^3 c^3} \frac{\exp\left(-c\sqrt{m^2 c^2 + p^2}/T_e\right)}{T_e K_2(mc^2/T_e)/mc^2}$$

# Ультрарелятивистская изотропная плазма

$$\epsilon_{\perp} \approx 1 - \frac{16\pi^2 e^2}{k^2 \omega^2} \times \int_0^{\infty} f_0(p) p \left[ \frac{\omega^2}{k^2 c^2} - \left( 1 - \frac{\omega^2}{k^2 c^2} \right) \frac{\omega}{kc} \ln \left| \frac{1 - kc/\omega}{1 + kc/\omega} \right| \right] dp,$$
$$\epsilon_{\parallel} \approx 1 + \frac{16\pi^2 e^2}{\omega^2} \times \int_0^{\infty} f_0(p) p v \left[ 2 \frac{\omega^2}{k^2 v^2} + \frac{\omega^3}{k^3 v^3} \ln \left| \frac{1 - kv/\omega}{1 + kv/\omega} \right| \right] dp.$$

## Равновесная ультррелятивистская плазма



Зависимость квадрата показателя преломления  $n_{em}^2$  и  $n_{pl}^2$  от параметра  $v$  в изотропной плазме.

Изотропная ультррелятивистская равновесная плазма:

$$f_0(\mathbf{p}) = \frac{N}{8\pi} \left( \frac{c}{kT} \right)^3 e^{-cp/kT},$$

$$n_{em}^2 \approx 1 - \frac{\omega_L^2}{\omega^2} \frac{m_e c^2}{2kT}, \quad (1 - n) \ll 1,$$

$$n_{em}^2 \approx \frac{5}{6} \left( 1 - \frac{\omega_L^2}{\omega^2} \frac{m_e c^2}{3kT} \right), \quad n \ll 1.$$

$$n_{pl}^2 \approx 1 - 4 \exp \left( -2 - \frac{\omega^2}{\omega_L^2} \frac{2kT}{m_e c^2} \right), \quad (1 - n) \ll 1,$$

$$n_{pl}^2 \approx \frac{5}{3} \left( 1 - \frac{\omega_L^2}{\omega^2} \frac{m_e c^2}{3kT} \right), \quad n \ll 1.$$

Тормозное излучение и поглощение в равновесной плазме при  $\hbar\omega \ll T$

$$a_\omega = \mu_j I_\omega^{(0)}$$

$$\mu_{em} = \frac{32\pi^2}{3\sqrt{2}\pi} \frac{e^6 N N_+}{(T m_e)^{3/2} c \omega^2} \ln \frac{4T}{\delta \hbar\omega}$$

$$I_0 = \frac{\hbar\omega^3}{(2\pi)^3 c^2} \frac{1}{\exp(\hbar\omega/T) - 1}$$

# Моноэнергетический электронный пучок в "холодной" плазме

$$\begin{aligned}
 \epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} &= 1 - \sum_{\alpha} \frac{\omega_{L\alpha}^2 \omega_{\alpha}'^2 \gamma_{\alpha}^{-1}}{\omega^2 (\omega_{\alpha}'^2 - \Omega_{\alpha}^2)}, \\
 \epsilon_{xy} = -\epsilon_{yx} &= -i \sum_{\alpha} \frac{\omega_{L\alpha}^2 \omega_{\alpha}' \Omega_{\alpha} \gamma_{\alpha}^{-1}}{\omega^2 (\omega_{\alpha}'^2 - \Omega_{\alpha}^2)}, \\
 \epsilon_{xz} = \epsilon_{zx} &= - \sum_{\alpha} \frac{\omega_{L\alpha}^2 \omega_{\alpha}' k_{\perp} u_{\alpha}}{\omega^2 (\omega_{\alpha}'^2 - \Omega_{\alpha}^2)}, \\
 \epsilon_{yz} = -\epsilon_{zy} &= i \sum_{\alpha} \frac{\omega_{L\alpha}^2 \Omega_{\alpha} k_{\perp} u_{\alpha}}{\omega^2 (\omega_{\alpha}'^2 - \Omega_{\alpha}^2)}, \\
 \epsilon_{zz} &= 1 - \sum_{\alpha} \left[ \frac{\omega_{L\alpha}^2 \gamma_{\alpha}^{-1}}{\omega_{\alpha}'^2} + \frac{\omega_{L\alpha}^2 \gamma_{\alpha} k_{\perp}^2 u_{\alpha}^2}{\omega^2 (\omega_{\alpha}'^2 - \Omega_{\alpha}^2)} \right].
 \end{aligned} \tag{32.1}$$

Здесь  $\omega_{L\alpha} = \sqrt{\frac{4\pi e_{\alpha}^2 N_{0z}}{m_{\alpha}}}$  — ленгмюровская частота частиц сорта  $\alpha$  ( $N_{0z}$  — их плотность в лабораторной системе координат);  $\omega_{\alpha}' = (\omega - \mathbf{u}_{\alpha} \mathbf{k}) \gamma_{\alpha}$ , где  $\gamma_{\alpha} = (1 - u_{\alpha}^2/c^2)^{-1/2}$ ;  $\Omega_{\alpha} = \frac{e_{\alpha} B_0}{m_{\alpha} c}$  — ларморовская

## Бунемановская неустойчивость в адиабатическом приближении (во внешнем постоянном электрическом поле)

Относительная скорость электронов и ионов  $\mathbf{u} = \text{const}$ ,  $u \gg v_{Te}$ . Из кинетических уравнений, или из релятивистских уравнений движения электронов и ионов находим

$$\left( k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} + \frac{\omega_{pe}^2 \gamma^{-1} + \omega_{pi}^2}{c^2} \right) \left( 1 - \frac{\omega_{pe}^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_{\parallel} u)^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \right) - \frac{\omega_{pe}^2 \gamma^{-1} \omega_{pi}^2 k_{\perp}^2 u^2}{\omega^2 c^2 (\omega - k_{\parallel} u)^2} = 0.$$

Условие неустойчивости

$$\omega_{pe}^2 \geq (k_{\parallel} u)^2 \gamma^3.$$

$$(k^2 c^2 - \omega^2 + \omega_{Le}^2 + \omega_b^2 \gamma^{-1}) \left( 1 - \frac{\omega_{Le}^2}{\omega^2} - \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_z u)^2} \right) - \frac{k_{\perp}^2 u^2}{\omega^2} \cdot \frac{\omega_{Le}^2 \omega_b^2 \gamma^{-1}}{(\omega - k_z u)^2} = 0.$$

Здесь  $\omega_{Le}$  и  $\omega_b$  — ленгмюровские частоты электронов плазмы и пучка соответственно.

$$\omega = k_z u + \delta,$$

где  $\delta \ll \omega$ .

В результате находим:

при  $\omega^2 \approx k_z^2 u^2 \neq \omega_{Le}^2$

$$\delta^2 = \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3}}{1 - \omega_{Le}^2 k_z^2 u^2} \left[ 1 + \frac{k_{\perp}^2}{k_z^2} \cdot \frac{\omega_{Le}^2 \gamma^2}{k^2 c^2 - k_z^2 u^2 + \omega_{Le}^2} \right]; \quad (32.6)$$

при  $\omega^2 \approx k_z^2 u^2 \approx \omega_{Le}^2$

$$\delta_{1,2} = \frac{-1 \pm i \sqrt{3}}{2} \omega_{Le} \left( \frac{N_b}{2N_p} \cdot \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{k_{\perp}^2 + k_z^2 \gamma^{-2}}{k^2} \right)^{1/3}, \quad (32.6a)$$

$$\delta_3 = \omega_{Le} \left( \frac{N_b}{2N_p} \cdot \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{k_{\perp}^2 + k_z^2 \gamma^{-2}}{k^2} \right)^{1/3}.$$



## Моноэнергетический электронный пучок в холодной плазме

$$(k^2 c^2 - \omega^2 + \omega_{pe}^2 + \omega_b^2 \gamma^{-1}) \left( 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} - \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_{\parallel} u)^2} \right) - \frac{k_{\perp}^2 u^2}{\omega^2} \cdot \frac{\omega_{pe}^2 \omega_b^2 \gamma^{-1}}{(\omega - k_{\parallel} u)^2} = 0$$

При  $|k_{\parallel}^2 u^2 - \omega_{pe}^2| \gg \omega_b^2 \gamma^{-3}$  имеем

$$\omega = k_{\parallel} u \pm \sqrt{\frac{\omega_b^2 \gamma^{-3}}{1 - \omega_{pe}^2 / k_{\parallel}^2 u^2} \left[ 1 + \frac{k_{\perp}^2}{k_{\parallel}^2} \cdot \frac{\omega_{pe}^2 \gamma^2}{k^2 c^2 - k_{\parallel}^2 u^2 + \omega_{pe}^2} \right]}$$

Неустойчивость с инкрементом  $\sim \sqrt{N_b/N_p}$  при  $k_{\parallel} u < \omega_{pe}$ .

При резонансе  $\omega \approx k_{\parallel} u \approx \omega_{pe}$  инкремент  $\sim (N_b/N_p)^{1/3}$ :

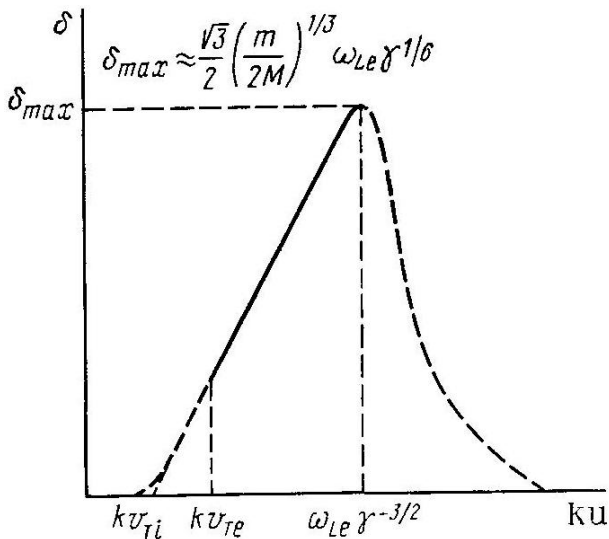
$$\omega = k_{\parallel} u + \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2} \omega_{pe} \left( \frac{N_b}{2N_p} \cdot \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{k_{\perp}^2 + k_{\parallel}^2 \gamma^{-2}}{k^2} \right)^{1/3}$$

# Гидродинамическая и кинетическая неустойчивости

Из соотношений (32.6) и (32.6а) видно, что колебания с частотой  $\omega \approx k_z u$  неустойчивы ( $\text{Im } \omega = \text{Im } \delta > 0$ ) и нарастают во времени, если  $k_z u \leq \omega_{Le}$ . В отсутствие резонанса,  $\omega \approx k_z u \neq \omega_{Le}$ , инкремент нарастания  $\text{Im } \delta \approx (N_b/N_p)^{1/2}$ , для резонансной же неустойчивости, когда  $\omega \approx k_z u \approx \omega_{Le}$ , инкремент нарастания значительно больше:  $\text{Im } \delta \approx (N_b/N_p)^{1/3}$ . Это и понятно, поскольку при резонансе скорость пучка совпадает с фазовой скоростью собственных колебаний плазмы, а именно со скоростью продольных волн. Действительно, в резонансном случае происходит возбуждение чисто продольных волн релятивистским пучком, в чем легко убедиться, записав дисперсионное уравнение продольных волн в отсутствие магнитного поля:

$$\epsilon = \frac{k_i k_j}{k^2} \epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = 1 - \frac{\omega_{Le}^2}{\omega^2} - \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_z u)^2} \cdot \frac{k_z^2 + k_{\perp}^2 \gamma^2}{k^2} = 0. \quad (32.7)$$

# Инкремент бунемановской неустойчивости



В нерезонансном случае:  $\text{Im}\omega \sim \sqrt{m/M}ku$ .

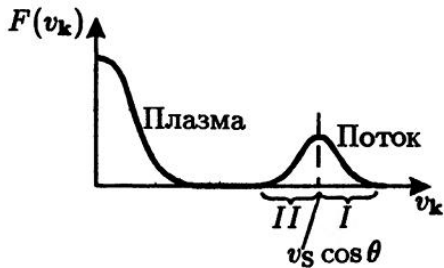
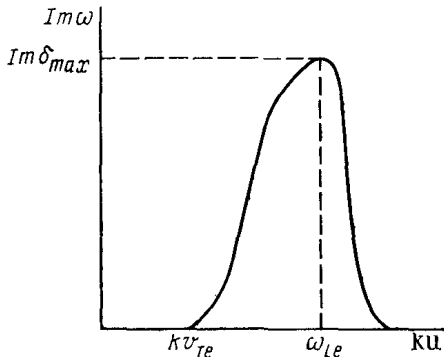
## Резонансный случай

$$\omega = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2} \left(\frac{m}{2M}\right)^{1/3} \gamma \left[ 1 + \frac{k_{\perp}^2 u^2 \gamma^2}{c^2 (k_{\perp}^2 + k_{\parallel}^2 \gamma^2)} \right] k_{\parallel} u.$$

Ионно-звуковая неустойчивость при  $u \ll v_{Te} \ll c$ ,  $kv_{Ti} \ll \omega \ll kv_{Te}$

$$\omega^2 = \frac{\omega_{pi}^2}{1 + \omega_{pe}^2 / k^2 v_{Te}^2},$$

$$\frac{\text{Im } \omega}{\omega} = -\sqrt{\frac{\pi}{8}} \cdot \frac{M}{m} \frac{\omega^3}{k^3 v_{Ti}^3} \left(1 - \frac{uk_{\parallel}}{\omega}\right) - \sqrt{\frac{\pi}{8}} \cdot \frac{\omega^3}{k^3 v_{Ti}^3} \exp\left(-\frac{\omega^2}{2k^2 v_{Ti}^2}\right).$$



Слева: Зависимость инкремента пучковой неустойчивости от величины  $ku$ . Виден постепенный переход гидродинамической неустойчивости (нарастающая ветвь) к кинетической неустойчивости (спадающая ветвь).

Справа: Функции распределения по скоростям  $F(v_k)$  в системе "равновесная плазма + корпускулярный поток": I - область поглощения, II - область усиления плазменных волн.

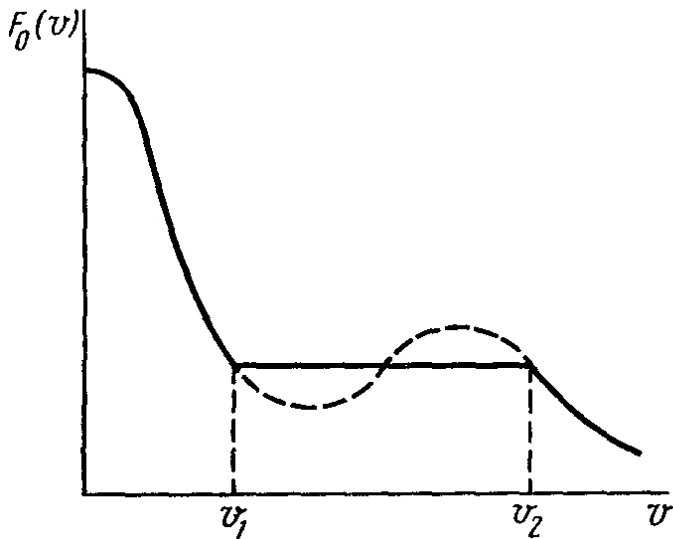
# Квазилинейная теория пучковой неустойчивости

Эволюция функции распределения частиц  $F(v_{\mathbf{k}}, t)$  и плотности энергии плазменных волн  $W(k)$  в квазиодномерном приближении при  $k = \omega/v_{\text{ph}} \approx \omega_p/v_{\mathbf{k}}$

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial v_{\mathbf{k}}} \left( D \frac{\partial F}{\partial v_{\mathbf{k}}} \right), \quad D = \frac{4\pi^2 e^2}{m_e^2 v_{\mathbf{k}}} W(k),$$

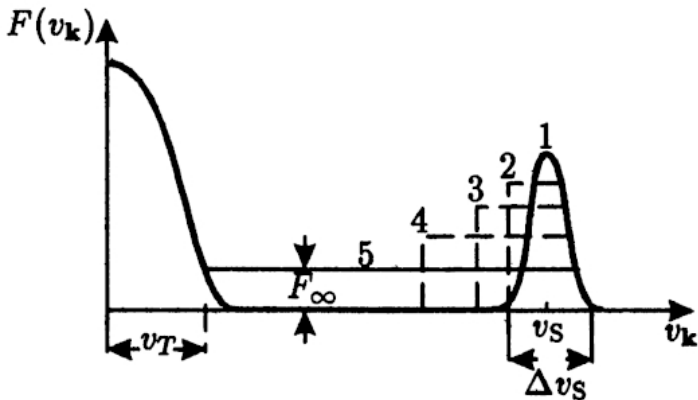
$$\frac{\partial W}{\partial t} = W \cdot 4\pi^2 \frac{e^2 v_{\mathbf{k}}^2}{m_e \omega_p} \frac{\partial F}{\partial v_{\mathbf{k}}}$$

# Квазилинейная релаксация пучковой неустойчивости в плазме



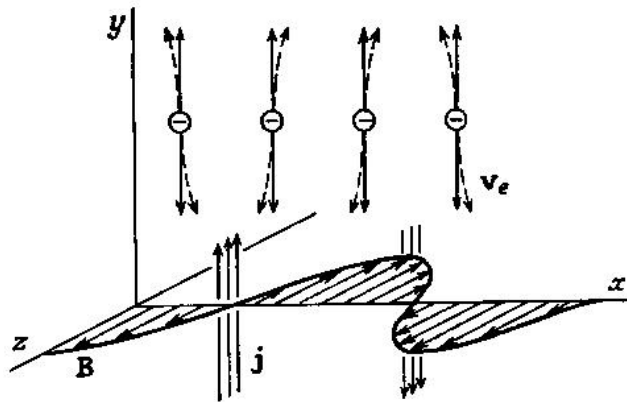


## Квазилинейная релаксация



Релаксация узкого электронного пучка: 1 — начальное распределение; 2,3,4 — промежуточные стадии; 5 — конечный этап.

# Апериодические неустойчивости и генерация магнитного поля



## Неустойчивость Вейбела

Пусть  $\mathbf{k} \parallel x$ ,  $\mathbf{E} \parallel y$ ,  $\mathbf{B} \parallel z$ . Дисперсионное соотношение

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} - \varepsilon_{yy}(\omega, \mathbf{k}) = 0$$

$$\varepsilon_{yy} = 1 + \sum_{\alpha} \frac{4\pi e_{\alpha}^2}{\omega} \int v_y k_x \frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial p_x} + (\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}) \frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial p_y} d^3 \mathbf{p}$$

$$1 - \frac{c^2 k^2}{\omega^2} + \sum_{\alpha} \frac{4\pi e_{\alpha}^2}{m_{\alpha} \omega^2} \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{\gamma_{\alpha}} \frac{p_y}{(\omega - k p_x / \gamma_{\alpha} m_{\alpha})} \times \\ \times \left[ \left( \omega - \frac{k p_x}{\gamma_{\alpha} m_{\alpha}} \right) \frac{\partial}{\partial p_y} + \frac{k p_y}{\gamma_{\alpha} m_{\alpha}} \frac{\partial}{\partial p_x} \right] f_{0\alpha}(\mathbf{p}) = 0.$$

После интегрирования по частям:

$$\omega^2 - k^2 c^2 + \sum_{\alpha} \frac{4\pi e_{\alpha}^2}{m_{\alpha}} \int \frac{f_{0\alpha}(\mathbf{p})}{\gamma_{\alpha}} \frac{v_y^2}{c^2} \frac{(\omega^2 - k^2 c^2)}{(\omega - k v_x)^2} d^3 \mathbf{p} - \sum_{\alpha} \frac{4\pi e_{\alpha}^2}{m_{\alpha}} \int \frac{f_{0\alpha}(\mathbf{p})}{\gamma_{\alpha}} d^3 \mathbf{p} = 0$$

Простейший пример анизотропной функции распределения:

$$f^{0\alpha}(\mathbf{p}) = \frac{1}{2} \delta(p_x) \delta(p_z) [\delta(p_y - p_{0\alpha}) + \delta(p_y + p_{0\alpha})]$$

Соответствующее ему дисперсионное уравнение:

$$\omega^2 - k^2 c^2 - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{\gamma_j^3} \frac{k^2 p_{0j}^2}{\omega^2 m_j^2} - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{\gamma_j^3} = 0$$

описывает аperiodическую неустойчивость ( $\text{Re } \omega = 0$ ), максимальный инкремент которой

$$\Gamma_{\max} = \sqrt{\sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{\gamma_j} \frac{v_{0j}^2}{c^2}}.$$

Аналитические результаты в релятивистском случае известны и для более сложных функций распределения. В частности, для “waterbag” распределения

$$F_j^0(\mathbf{p}) = \tilde{F}_j \left( \sqrt{p_y^2 + p_z^2} \right) H(m_j v_{x0j} \gamma_j - p_x) H(m_j v_{x0j} \gamma_j + p_x),$$

где  $\tilde{F}_j(p_\perp)$  — произвольная неотрицательная функция, дисперсионное уравнение оказывается квадратным относительно  $\omega^2$ :

$$\omega^2 - c^2 k^2 - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{\langle \gamma_j \rangle} \left[ \frac{c}{2v_{x0j}} \ln \left( \frac{c + v_{x0j}}{c - v_{x0j}} \right) + \frac{\langle v_{\perp j}^2 \rangle}{2(c^2 - v_{x0j}^2)} \frac{c^2 k^2 - \omega^2}{(\omega^2 - k^2 v_{x0j}^2)} \right] = 0,$$

$$\langle \gamma_j \rangle = \frac{\int \tilde{F}_j(p_\perp) \gamma_j p_\perp dp_\perp}{\int \tilde{F}(p_\perp) p_\perp dp_\perp}, \quad \langle v_{\perp j}^2 \rangle = \frac{\int \tilde{F}(p_\perp) p_\perp v_{\perp j}^2 dp_\perp}{\int \tilde{F}(p_\perp) p_\perp dp_\perp}.$$

Неустойчивость есть в диапазоне волновых чисел

$$0 < k^2 < k_{\max}^2 = \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{\langle \gamma_j \rangle} \left[ \frac{\langle v_{\perp j}^2 \rangle}{2v_{x0j}(c^2 - v_{x0j}^2)} - \frac{1}{2cv_{x0j}} \ln \left( \frac{c + v_{x0j}}{c - v_{x0j}} \right) \right].$$

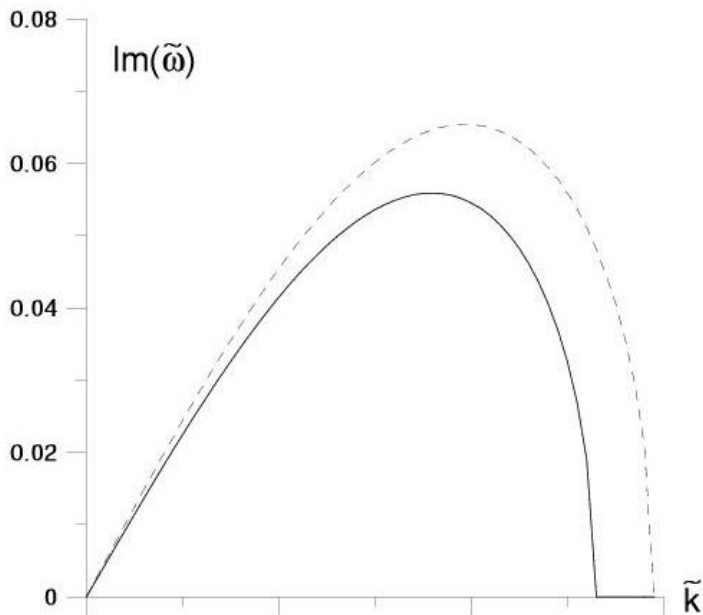
Общий критерий наличия вейбелевской неустойчивости можно получить из условия существования на дисперсионной кривой точки, в которой  $\omega \rightarrow 0$ , а  $k > 0$ :

$$\sum_j \omega_{pj}^2 \int \frac{F_j^0(\mathbf{p})}{\gamma_j} \left( 1 + \frac{p_y^2}{p_x^2} \right) d^3 \mathbf{p} < 0$$

Диапазон неустойчивых волновых чисел при этом

$$0 < k^2 < k_{\max}^2 = - \sum_j \omega_{pj}^2 \int \frac{F_j^0(\mathbf{p})}{c^2 \gamma_j} \left( 1 + \frac{p_y^2}{p_x^2} \right) d^3 \mathbf{p}.$$

# Инкремент вейбелевской неустойчивости



Линейная стадия развития неустойчивости заканчивается, когда электромагнитные возмущения существенно меняют распределение частиц, отвечающих за неустойчивость. Условие того, что частицы в магнитном поле  $B_{\text{sat}}$  за время развития неустойчивости поворачиваются на угол порядка единицы:

$$\frac{eB_{\text{sat}}}{mc\gamma} \sim \Gamma.$$

Условие того, что вызванные неустойчивостью дополнительные смещения частиц сравниваются с длиной волны нарастающего возмущения:

$$\frac{eB_{\text{sat}}}{mc\gamma} \sim \frac{\Gamma^2}{kv}$$

Условие того, что изменение характерного импульса частиц под действием электрического поля  $E_{\text{sat}}$  за время обратного инкремента будет сравнимо с самим импульсом частиц  $mv\gamma$ :

$$\frac{eE_{\text{sat}}}{\Gamma} \sim mv\gamma,$$



Воспользовавшись соотношением  $E_{\text{sat}} = \Gamma B_{\text{sat}}/kc$  последнее ограничение можно также представить как ограничение на магнитное поле.

Таким образом, имеем три оценки:

$$B_{\text{sat}} \sim \frac{mc\gamma\Gamma}{e}, \quad B_{\text{sat}} \sim \frac{mc\gamma\Gamma}{e} \frac{\Gamma}{kv}, \quad B_{\text{sat}} \sim \frac{mc\gamma\Gamma}{e} \frac{kv}{\Gamma}.$$

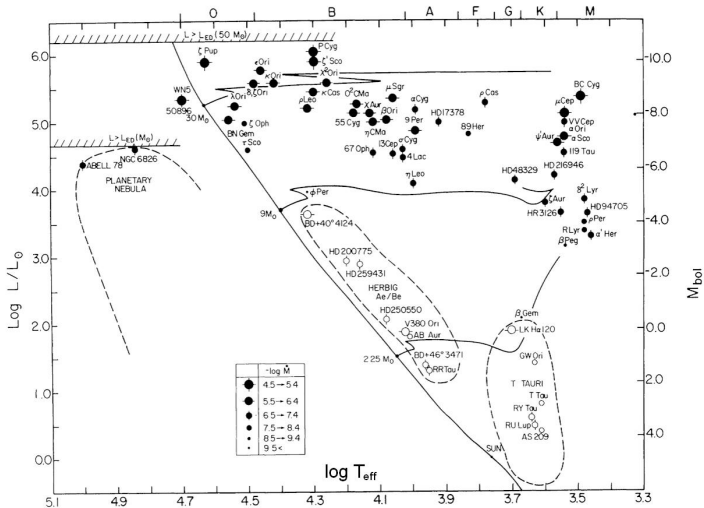
Фактическое насыщающее поле определяется наименьшим из указанных значений. При  $\Gamma \sim kv$  они совпадают и для  $\Gamma \sim \omega_p/\sqrt{\gamma}$  дают “равнораспределительную” оценку: энергия магнитного поля порядка энергии частиц.

# Звездный ветер

Звездный ветер — стационарное истечение плазмы из атмосферы звезды.

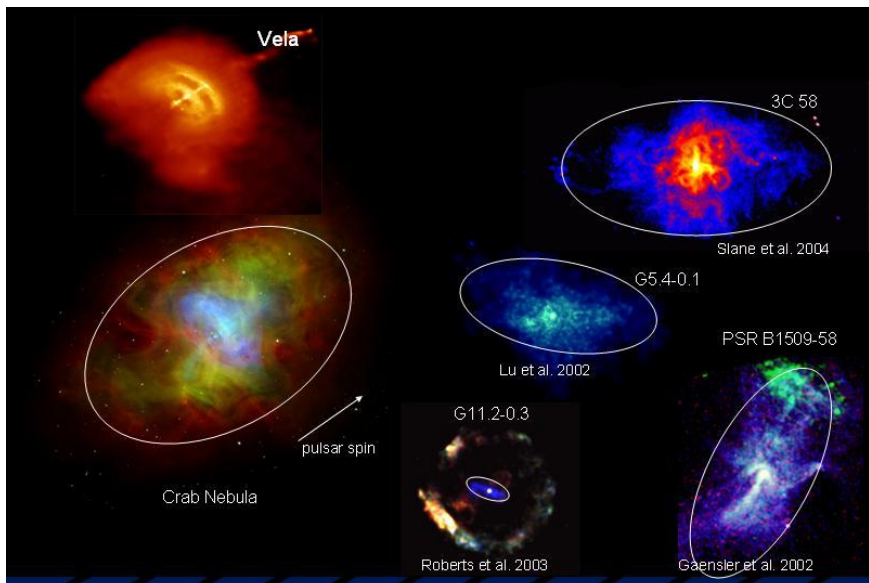
Модели звездного ветра:

- Радиационный ветер - ОВ звезды, КМ гиганты, магнитные белые карлики, pre-main-sequence stars.
- Корональный ветер - Солнце и подобные звезды главной последовательности. Ветер за счет градиента давления во внешних слоях атмосферы.
- Гибридные модели
- Пульсарный ветер

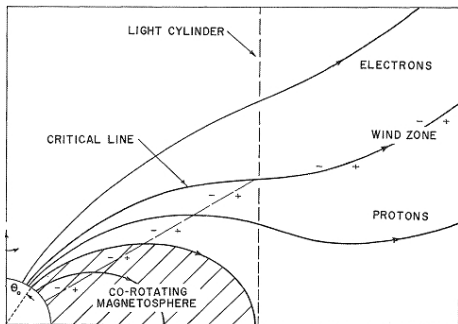


Звезды с радиационным ветром. Размер символов показывает на величину темпа потери в единицах масс солнца в год. Незакрашенные кружки соответствуют молодым звездам, эволюционирующим к главной последовательности.

# Пульсарный ветер



# Пульсарный ветер



Модель Гольдрейха, Джулиана(1969):

- Существование плотной магнитосферы.
- Коротация магнитосферы.
- Частицы магнитосферы могут ускоряться электростатическим полем до релятивистских скоростей, образуя пульсарный ветер.

# Магнитосфера пульсара

- Условие вмороженности

$$\mathbf{E} + \frac{\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}}{c} \times \mathbf{B} = 0.$$

- Скорость дрейфа:

$$v_{dr} = c \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2} = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r} + j_{\parallel} \mathbf{B}.$$

- Световой цилиндр  $R_L = c/\Omega$ .
- Радиус полярной шапки

$$R_0 \approx R \sqrt{\frac{\Omega R}{c}}.$$

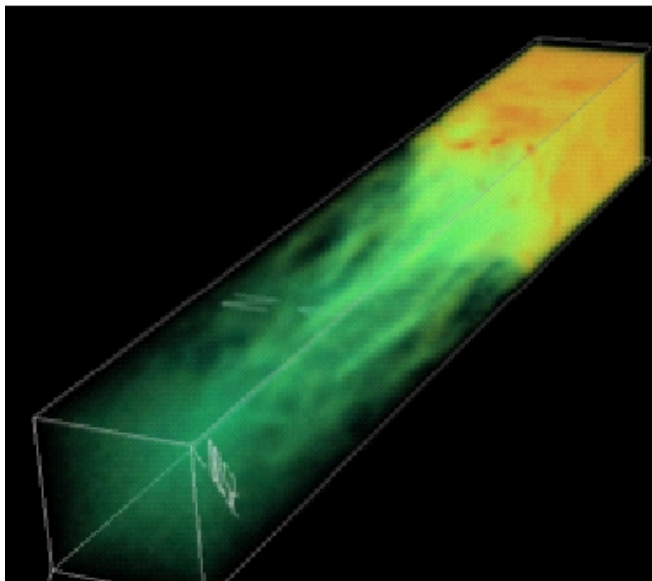
- Плотность заряда

$$\rho_{GJ} = -\frac{\boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{B}}{2\pi c} \frac{1}{1 - (\Omega r/c)^2 \sin^2 \theta}.$$

- Концентрация в магнитосфере:  $n \sim 7 \times 10^{-2} B_z / P_{\text{см}}^{-3}$
- Энергия частиц ветра:  $\gamma_e \sim 6 \cdot 10^6 B_{12} / P^2$ .

# Current structures in relativistic collisionless shock

(Numerical simulation, A.Spitkovsky, KIPAC)



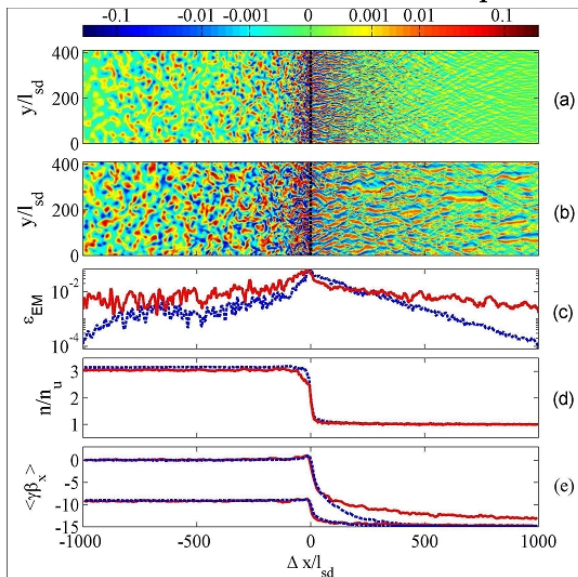
# Numerical simulations

## Particle-in-cell experiments in 2D and 3D

- F. Califano, D.D. Sarto, F. Pegoraro, PRL **96**, 105008 (2006).
- A. Pukhov, Rep. Prog. Phys., 2003, **66**, 47.
- A. Spitkovsky, ApJ **673**, 1, L39 (2008); U. Keshet *et al.*, arXiv:0802.3217 (2008).
- L. Silva *et al.*, ApJ, 2003, **596**, L121.
- K.-I. Nishikawa, C.B. Hededal *et al.*, ApJ **642**, n. 2, 1267 (2006).
- T.N. Kato, Phys. Plasmas **12**, 080705 (2005).



# Collisionless shock wave in $e^-e^+$ plasma



Keshet, Katz, Spitkovsky, Waxman (2008)